

# Качество минерального сырья

2011

*сборник научных трудов*

*ДОПОЛНЕНИЕ*



Техническая газета

Бюлетень  
**ПЕРЕВІЗНИК**



Т.А. ОЛЕЙНИК д-р техн. наук, проф., А.И. ЕГУРНОВ канд. техн. наук, доц., Л.В. СКЛЯР, канд. техн. наук, доц., Н.В. КУШНИРУК, канд. техн. наук, доц. Криворожский технический университет

## **ПОДБОР ФЛОКУЛЯНТА ДЛЯ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ПРОЦЕССА ОСАЖДЕНИЯ ХВОСТОВ ГОРНО-ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ КОМБИНАТОВ ПРИ КОНТЕЙНЕРНОМ ФИЛЬТРОВАНИИ**

В работе приведены результаты работы по подбору флокулянта для интенсификации процесса осаждения хвостов горно-обогатительных комбинатов при контейнерном фильтровании.

У роботі наведені результати з підбору флокулянта для інтенсифікації процесу осадження хвостів гірничо-збагачувальних комбінатів при контейнерному фільтруванні.

**Проблема и ее связь с научными и практическими заданиями** Горнодобывающая промышленность Кривбасса, характеризующаяся высокими темпами развития добычи руды и определяет весьма существенное и уникальное техногенное воздействие на природную среду не только в пределах, самого месторождения, но и в регионе в целом. И как результат - изменение природного ландшафта. Так, в процессе обогащения железных руд образуются отходы производства, складываемые в хвостохранилища. При этом по сравнению с исходным сырьем содержание ценных компонентов в них существенно снижено, но одновременно в  $10^4$ - $10^5$  раз увеличена удельная поверхность, в 10-100 раз - коэффициент фильтрации, что создает благоприятные условия для их интенсивного выщелачивания.

Непрерывный сброс пульпы в хвостохранилища и отсутствие противофильтрационных экранов в ложе и ограждающих дамбах вызывают потери воды в пределах 40 - 70% и более от общего объема жидкой фазы. В результате этого окружающие территории подвергаются интенсивному подтоплению, а подземные воды - загрязнению до высоких концентраций солей тяжелых металлов. Инфильтрационные воды хвостохранилищ попадают в р. Ингулец, что обуславливает гибель биоты, заиливание русла реки, ухудшение питьевого водоснабжения и деградацию полевых земель прилегающих районов Кривбасса. Поэтому, применение для складирования хвостов технологии контейнерного фильтрования является весьма важной и актуальной научно-практической и экологической задачей для горнодобывающей промышленности как Кривбасса, так и всей Украины в целом.

**Анализ исследований и публикаций.** Технологический процесс контейнерного фильтрования основан на гравитационном обезвоживании разнообразных по происхождению суспензий в особых контейнерах из полиакриламидной ткани. Уникальные фильтрационные характеристики и удерживающая способность контейнеров обеспечивает беспрецедентную производительность без значимых капитальных расходов - получение до 1800 м<sup>3</sup> обезвоженного материала в одном контейнере. Процесс обезвоживания водных суспензий в контейнерах эффективно используется в странах ЕЭС и США больше 10 лет. Принцип действия технологии сводится к заполнению контейнеров водной суспензией и фильтрованию через поры ткани выйдет всей воды, которая может отделиться от твердых частиц. Разнообразные по гранулометрическому составу мекки после обезвоживания в контейнере представляют

собой плотный материал, удобный для планирования, нагрузки, транспортировки или складирования.

Для быстрого и полного выхода влаги из тонкодисперсных суспензий, к которым относятся отходы обогатительных фабрик, их обрабатывают кондиционирующим реагентом-флокулянтом.

Современные органические флокулянты, в отличие от традиционных флокулянтов отечественного производства (ВПК-2, полиакриламид), высокоэффективны в малых дозах, имеют высокую молекулярную массу, 100%-ное содержание основного вещества и не требуют предварительной обработки хвостов коагулянтом. Синтетические органические флокулянты обладают в водном растворе реакционными группами, которые имеют большое сродство к поверхностям суспендированных коллоидов или мелкодисперсных частиц. Дестабилизируя таким образом суспензии, флокулянты приводят к образованию объемных, легко осаждающихся макрохлопьев и интенсифицируют процесс осаждения хвостов.

**Постановка задания.** Следовательно, в результате анализа поставленной в этой работе проблемы возникает необходимость отказа от стандартного складирования отходов в хвостохранилища. Поскольку сама жидкая среда хвостовой пульпы является, в первую очередь, «посредником» при распространении токсичных соединений на местности, прилегающей к хвостохранилищу, то преимущество предлагаемого варианта складирования отходов путем контейнерного фильтрования достаточно очевидное. Одним из основных моментов в этой технологии является правильный выбор флокулянта.

**Изложение материала и результаты.** Подбор оптимального флокулянта производился в лабораторных условиях по общепринятой методике в стандартных цилиндрах, по кинетике отстаивания после этапов смешения и хлопьеобразования.

Оптимальным считается флокулянт с высокой скоростью хлопьеобразования и осаждения, приводящий к минимальному количеству осадка и высокой прозрачности осветленного слоя воды.

Изучалось флокулирующее действие следующих органических высокомолекулярных флокулянтов катионного Праестол 854 ВС и слабо-анионного Magnafloc 338.

Изучение процесса флокулообразования проводилось на хвостах Ингулецкого ГЗК.

Лабораторные исследования хвостовой суспензии показали, что содержание твердых примесей составило 10085 мг/л.

По теоретическим данным, для флокуляции минеральных и неорганических суспензий с большим количеством взвешенных веществ применяются катионные марки флокулянтов, поскольку частички взвешенных веществ заряжены отрицательно.

Механизм действия катионного органического флокулянта заключается в том, что, имея положительный заряд в водном растворе, его вытянутые молекулы адсорбируют отрицательно заряженные частицы в разных местах, образуя крупные агрегаты.

Оптимальная доза флокулянта определялась технологическим анализом (пробное флокулирование в 1 л цилиндре) и составляла в разные периоды от 3 до 9 мг/л

(рис.). Рабочий диапазон pH исследуемого флокулянта 1-14, что соответствует технологическим требованиям процесса нейтрализации, проходящего при pH=9,5-11.

При дальнейших исследованиях с течением времени наблюдалось явление стабилизации взвеси, которая не расслаивалась в цилиндре при добавлении катионного флокулянта даже в больших дозах (до 20 мг/л).

Для выявления причины прекращения работы флокулянта были проведены лабораторные исследования хвостовой суспензии. Результаты химических анализов показали высокое содержания ионов тяжелых металлов (меди – до 364 мг/л, железа(III) – до 900 мг/л, цинка – до 314 мг/л), сульфатов (до 10840 мг/л). Содержание положительно заряженных коллоидных частиц (гидроксидов тяжелых металлов) в оборотной воде намного увеличилось. Таким образом, встала необходимость смены типа флокулянта с катионного типа на слабо-анионный. Была изучена слабо-анионная марка флокулянта Magnafloc 338. Флокулянт относится к высокомолекулярным анионоактивным полиакриламидам. Полимер прочно удерживался флокулированным шламом. Обратное растворение в водной фазе не наблюдалось.

Лучшие результаты были получены при добавлении слабоанионного флокулянта в количестве 5 мг/л. При дозе флокулянта более 10 мг/л увеличиваются размеры образующихся хлопьев, что приводит к их всплыванию, и увеличению содержания взвесей в осветленной воде. Рабочий диапазон pH данных флокулянтов 5-11.

Для определения влияния условий флокуляции (расхода флокулянта) на фильтрационные свойства сфлокулированных суспензий, были измерены зависимости влажности кека и массы твердой фазы в зависимости от расхода флокулянта.

Во всех экспериментах исследовалась суспензия с концентрацией твердой фазы 100 г/л. Фильтрацию осуществляли сразу после выхода суспензии из флокулятора в цилиндрическом тканевом контейнере диаметром 40 мм и длиной 52 мм. Набор кека осуществляли до достижения избыточного давления в контейнере, равном 1 атм. После этого тканевый контейнер разгружали и измеряли массу влажного кека и его влагосодержание в процентах.

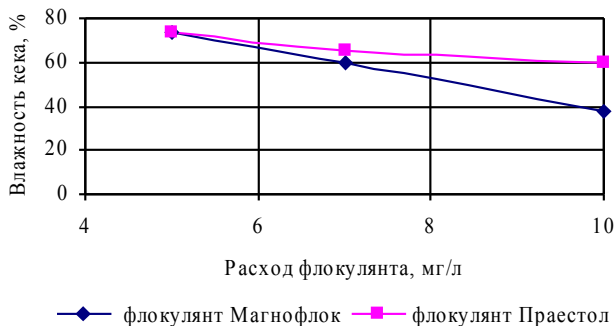


Рис. 1. Зависимость влажности кека от расхода флокулянта

Как следует из данных, представленных на рис., влажность кека существенно уменьшалась, а масса сухого вещества существенно увеличивалась при увеличении расхода флокулянта от 5 до 10 мг/л. При этом, как следует из данных, представлен-

ных на рис., увеличение расхода катионного флокулянта не дает ощутимого снижения влажности кека, а следовательно и его массы при заполнении фильтрующего контейнера.

**Выводы и направление дальнейших исследований.** В виду того, что состав хвостов ГОКов сложнопрогнозируемый и меняется не только по периодам года, но и в течении суток, процесс флокулообразования должен проходить на двух типах флокулянтов – слабо-анионного (Magnafloc 338) и катионного (Праестол 854 ВС). Для оперативного перехода на другой тип флокулянта рекомендовано смонтировать дополнительные емкости для приготовления флокулянта и иметь две параллельные линии ввода. Дозу и тип флокулянта для осаждения зернистой части хвостов и осветления нейтрализованной воды рекомендовано определять ежедневными технологическими анализами (в стандартных цилиндрах) в диапазоне концентраций флокулянта 3-10 мг/л.

## **ПРОГРАММНАЯ МОДЕЛЬ ПОКУСКОВОГО РАДИОМЕТРИЧЕСКОГО СЕПАРАТОРА ЖЕЛЕЗНОРУДНОГО СЫРЬЯ**

Описан алгоритм и компьютерная модель сепаратора с покусковым режимом сепарации.

Описано алгоритм і комп'ютерну модель сепаратора з покусковим режимом сепарації.

**Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.** Проблема удовлетворения растущих потребностей современной индустрии в минеральном сырье и продуктах его переработки для производства черных металлов, ставит новые задачи, заключающиеся в обеспечении рационального использования природных ресурсов, в более полной и комплексной переработке сырья, повешении степени извлечения полезных компонентов, уменьшение вредного воздействия отходов на окружающую среду.

Важным направлением в решении этих задач является разработка и широкое внедрение эффективных технологических процессов обогащения полезных ископаемых на стадии добычи и крупного дробления, приобретающие все большее значение, особенно в связи с необходимостью использования бедных руд сложного вещественного состава.

**Анализ исследований и публикаций.** С давних времен и до сегодняшнего времени применяется ручная сортировка крупнокускового материала практически на всех горнодобывающих предприятиях, но это малоэффективный труд. Поэтому применение высокоэффективной и высокоселективной сепарации может решать эти задачи. Именно для этих целей и разработаны радиометрические методы обогащения и созданы радиометрические сепараторы (РС).

Сейчас уже известно свыше 20 радиометрических методов, применяемых при обогащении руд черных, цветных и редких металлов, горно-химического сырья, нерудных твердых полезных ископаемых. Различают два основных вида радиометрического обогащения: радиометрическую сепарацию и радиометрическую крупнопорционную сортировку. Радиометрической сепарации при покусковом или порционном режиме подвергается фракция полезных ископаемых, обычно от 5(10) до 150(250)мм, предварительно расклассифицированная на несколько классов. В ряде случаев сепарации подвергается как более крупный, так и более мелкий материал. При поточном режиме на сепарацию поступает обычно вся рудная масса после крупного дробления. Радиометрической крупнопорционной сортировке (РКС) подвергаются полезные ископаемые, загруженные при добыче в транспортные емкости: вагонетки, автосамосвалы, железнодорожные вагоны и т.д. [1]

Сделав обзор РС можно четко увидеть, что существует множество систем, которые однозначно можно отнести к одному из двух рассмотренных выше способов сепарации, но нет такой, которая бы объединяла достоинства, и вместе с тем была бы лишена недостатков.

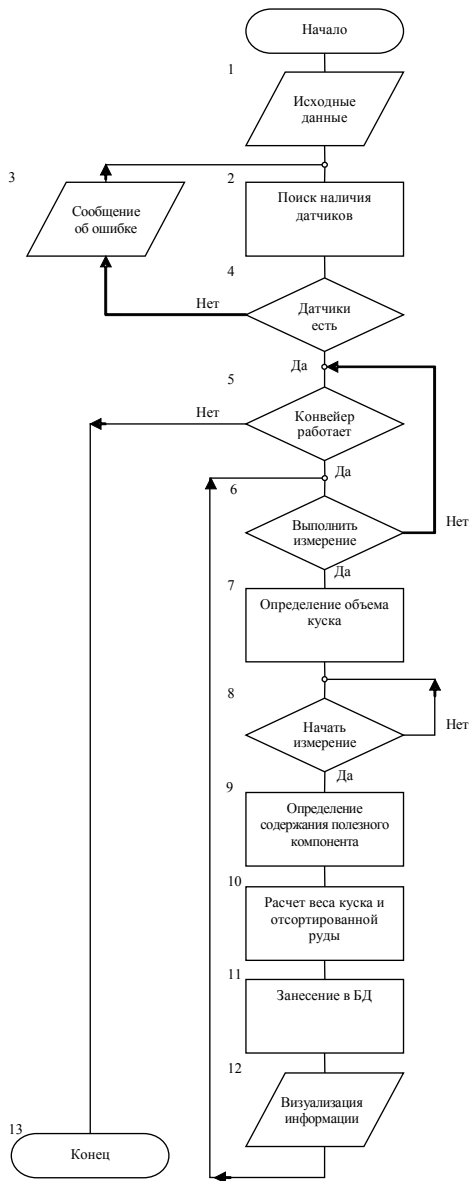
**Постановка задачи.** Разработка алгоритма, компьютерной модели сепаратора с покусковым режимом сепарации, учетом свойств руды и, производительности.

**Изложение материала и результаты.** Радиометрическая сепарация чаще всего применяется в качестве одного из процессов механической обработки полезных ископаемых, а в ряде случаев и как основной процесс для получения товарного продукта или сырья для последующей химико-технологической или металлургической переработки. Практика показывает, что использование радиометрической сепарации позволяет увеличить используемые запасы руд на месторождениях за счет вовлечения в переработку их бедных сортов, улучшить технологические и экономические показатели работы предприятий.

Задача этой работы состоит в том, чтобы получать данные, необходимые для анализа и контроля состава руды, а также используя данные получаемые от датчиков определения размеров куска – косвенно определять вес сортируемого материала, это снизит затраты на использование весов, увеличит оперативность работы при отправке необходимых объемов сырья на фабрику или продажу.

Общий алгоритм работы программы показан на рис. 1.

Работа начинается с того что пользователь указывает параметры для работы модели: скорость конвейера, расстояние от датчика-источника до поверхности пробы, массовую долю влаги, плотность, крупность, форму руды, желаемое содержание полезного компонента и параметры интерфейса программы (*блок 1*). Далее производится поиск наличия датчиков (*блок 2*), т.е. если пользователь указал количество каналов на конвейере, то используется указанное значение, если же пользователь не может определить количество каналов и оставил поле пустым, то производится расчет оптимального количества каналов исходя из скорости конвейера и выдается сообщение о автоматическом использовании необходимого числа каналов (*блок 3,4*). Далее проверяется работает ли конвейерная лента (*блок 5*). Если конвейерная лента не работает, то происходит завершение программы (*блок 13*), иначе программа ожидает когда датчик измерения размеров куска проведет измерение (*блок 6*). Как только данные получены производится расчет объема куска (*блок 7*), после чего происходит ожидание входа куска в зону измерения гамма датчика (*блок 8*), где производится измерение, отсекаются значения исходя из размеров куска и производится расчет содержания полезного компонента (*блок 9*). Далее на основе полученных данных производится расчет массы куска, концентрата и хвостов (*блок 10*) и все полученные данные заносятся в БД (*блок 11*) после чего производится визуализация данных в виде графика и значений среднего содержания полезного компонента и массы хвостов и концентрата (*блок 12*).



**Рис 1. Алгоритм работы модели**

Интерфейс программы реализующий алгоритм модели сепаратора показан на рис 2.

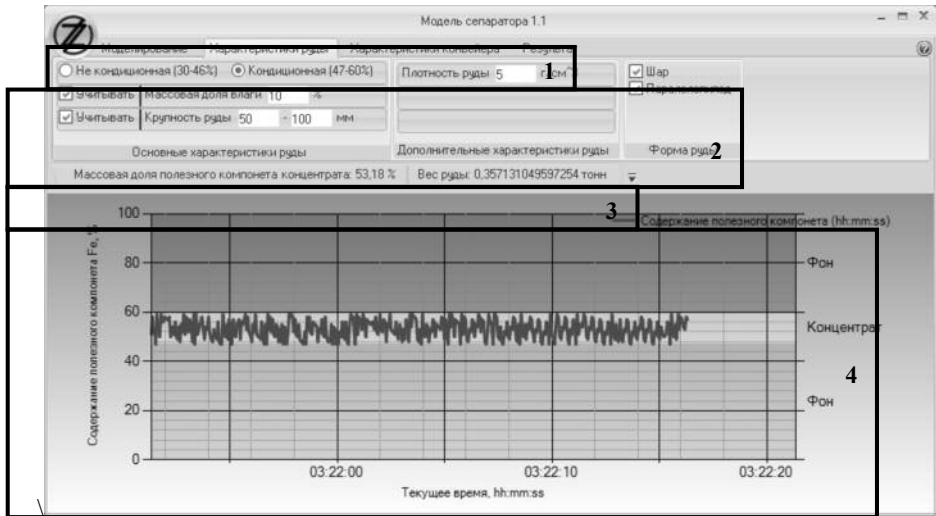


Рис 2. Интерфейс программы-модели сепаратора: 1 – меню закладок доступных параметров модели; 2 – параметры модели одной из закладок; 3 – результаты работы модели; 4 – график содержания полезного компонента.

**Выводы и направление дальнейших исследований.** Таким образом был разработан алгоритм модели сепаратора и реализована программная модель. Данная модель позволяет произвести анализ работы макета сепаратора при различных начальных данных, проанализировав результаты работы, можно реализовать физическую модель с требуемыми характеристиками производительности. На данный момент программная модель находится на стадии завершения.

#### Список литературы

1. Лилеев В.А., Якушин Л.Н., Рахманова М.Д. Основные тенденции развития методов и совершенствования аппаратуры для радиометрического обогащения полезных ископаемых. – М., 1979. – С.9-12.

УДК 518.4

Я.Ю. ПУГАЧ, аспирант, Криворожский технический университет

## ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ СООТВЕТСТВИЯ ТОПОЛОГИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СХЕМЕ НА БАЗЕ ИЗОМОРФИЗМА ГРАФОВ

В статье описывается процедура проверки соответствия топологии электрической схеме. Даются рекомендации по проведению LVS-верификации, а также указываются типичные ошибки, которые часто возникают при проектировании электронных устройств и выявляются с помощью LVS-средств.

В статті описується процедура перевірки відповідності топології електричній схемі. Даются рекомендації щодо проведення LVS-верифікації, а також зазначаються типові помилки, які часто виникають під час проектування електронних пристроїв та виявляються за допомогою LVS-засобів.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Применение средств проверки соответствия топологии электрической схеме позволяет автоматизировать процесс поиска ошибок, возникающих в ходе проектирования и оптимизации электронных устройств. Программное обеспечение, реализующее такую проверку, строится на базе алгоритмов, решающих классическую задачу изоморфизма графов.

Постановка задачи. Проверка соответствия топологии электрической схеме выполняется в несколько этапов. На входе программа принимает файл базы данных, содержащий все слои компоновки схемы. Используя многочисленные логические операции, она проходит по базе данных, чтобы выделить полупроводниковые компоненты. Затем она просматривает различные металлические слои и выясняет, как каждый из компонентов связан с другими. Далее программа объединяет выделенные компоненты в последовательные и параллельные комбинации, и генерирует список соединений. Извлеченный список соединений сравнивается со списком соединений из принципиальной схемы. Если списки топологически эквивалентны, схема проходит проверку, в противном случае выполняется поиск несоответствий. Изложение материала и результаты. Для воплощения схемотехнического решения в кремний требуется фактически редактор топологии, средства размещения и трассировки блоков, контроль геометрических (DRC) и электрических (ERC) проектных норм, сравнение топологической реализации схемы с её исходным описанием (LVS).

Далее кристаллы наполняются конечной физической топологией, информация записывается в формате GDSII и передаётся на завод-изготовитель. Завод изготавливает набор физических шаблонов и воплощает изделие в кремнии на своём оборудовании. Ответственность за функциональные характеристики БИС полностью лежит на разработчике БИС, в то время как завод гарантирует качество технологического процесса.

Топология БИС - множество геометрических фигур, расположенных в различных топологических слоях. Топологические слои объединяют фигуры, которые будут перенесены на один фотошаблон. Некоторое множество фигур в одном или в нескольких топологических слоях объединяются в топологическую группу. Топологическая группа кроме геометрических фигур может содержать в себе ссылки на другие группы, формируя иерархическое описание топологии БИС. После ввода описания топологии осуществляется её верификация. Программа контроля проектных норм работает непосредственно с топологией. Контроль осуществляется автоматически по значениям конструкторско-технологических требований (DRC-контроль) для используемой КМОП-технологии. После завершения DRC-контроля программа восстановления электрической схемы преобразует описание топологии в описание электрической схемы в виде таблицы цепей (например, текстовое описание в Spice-формате). Эта таблица передаётся в блок верификации логических и электрических схем, где проводится перекрёстная проверка описанной схемы на логическом и топологическом уровнях, а также повторное моделирование и верификация временных параметров. Таблица передаётся в программу контроля электрических проектных норм (ERC-контроль). Эта программа дополнительно использует ещё и значения параметров транзисторов, полученные при восстановлении электрической схемы из топологии. В результате её работы идентифицируются все нерас-

познанные или неправильно соединённые элементы, а также все нарушения электрических проектных норм. Маршрут проектирования завершается преобразованием формата проектного файла в промежуточную форму, используемую для передачи проекта на кремниевые фабрики, например CIF-формат.

Проектирование топологии - процесс преобразования электрической или логической схемы в описание послойной реализации схемных компонентов (транзисторов, диодов, резисторов) и связей между ними в многослойной интегральной структуре. Верификация топологии включает в себя контроль проектных норм, экстракцию (восстановление) электрической схемы из описания топологии, сравнение с исходной схемой и средства анализа найденных нарушений[1]. Класс проверочного программного обеспечения для автоматизированного проектирования электроники, которое устанавливает соответствует ли топология конкретной интегральной микросхемы ее оригинальной принципиальной схеме, заданной в спецификации, называется LVS-верификацией. Схема, прошедшая проверку LVS, называется LVS-чистой.

Существуют различные подходы для достижения LVS-чистоты, и этапы, которые требуется выполнять, зачастую зависят от особенностей проектирования. Например, разница в количестве устройств списков соединений принципиальной схемы и полученной компоновки, разница в структуре списков соединений и разница в параметрах устройств могут влиять на то как должен устанавливаться критерий сравнения LVS.

Как правило для того чтобы способствовать процессу LVS-верификации, рекомендуется начинать сравнение с элементов на более низких уровнях иерархии и развивать его вверх по иерархическому дереву проекта. Применение этого правила помогает сгладить процесс LVS-верификации. Это связано с тем, что при сравнении элементов верхних уровней иерархии, найденные ошибки LVS будут скорее всего связаны с соединениями между экземплярами, тогда как известно, что все они LVS-чисты по отношению к своим эквивалентам из принципиальной схемы. Этот структурный подход может потребовать больше времени для осуществления, но с другой стороны позволяет избежать многочасовой LVS-отладки.

Другое полезное правило заключается в применении одних и тех же меток в проектах принципиальной схемы и компоновки. Если все соединения, входящие и выходящие из элемента, одинаково помечены в обеих таблицах соединений, это упрощает отладку. Также рекомендуется задавать соединения питания и заземления для обоих списков соединений.

Для многих основных элементов количество устройств в принципиальной схеме и компоновке одинаково. Например, простой инвертор может содержать один n-канальный МОП-прибор и один p-канальный МОП-прибор, как в списке соединений принципиальной схемы, так и в списке соединений компоновки. В таком случае LVS-средству не требуется выполнять редукцию списков соединений (объединение последовательных комбинаций, объединение параллельных комбинаций, редукция последовательных комбинаций, редукция параллельных комбинаций) для достижения LVS-чистоты. Следовательно, если два списка соединений, которые подвергаются сравнению, имеют соответствие устройств один к одному, рекомендуется выполнять первый пробег LVS без редукции. Если сравниваемые списки соединений

имеют различное количество устройств, редукция или объединение необходимо для нахождения соответствия.

Как сказано выше, критерий соответствия зависит от особенностей проекта. Но изначально критерий предпочтительно задавать не жестко. Первой целью является достижение эквивалентности связности. Электрические соединения, связывающие различные устройства в принципиальной схеме, должны быть эквивалентны электрическим соединениям проекте компоновки. Два списка соединений должны быть топологически эквивалентны. На данном этапе критерий соответствия не включает сопоставление параметров устройств, таких как потребляемая мощность и индуктивность резисторов, МОП-устройств или значение емкости конденсаторов. Таким образом, LVS-алгоритм не будет сравнивать значения ни мощности, ни индуктивности резисторов, а проверит эквивалентность их электрических соединений с остальными элементами схемы. После того как эквивалентность связности достигнута, строгость критерия соответствия повышается для гарантии того что компоновка является точным представлением проекта принципиальной схемы [2].

На рынке существует ряд коммерческих продуктов, позволяющих выполнять LVS-верификацию: Assura, Dracula, PVS (Cadence Design Systems), L-Edit LVS (Tanner EDA), Calibre (Mentor Graphics), Quartz LVS (Magma Design Automation), Hercules LVS (Synopsys), VERI, HVERI (Zeni EDA) и другие [3]. Они используют различные методы для сравнения схем и выявления несовпадений, предлагают различные настройки и по-разному взаимодействуют с пользователем, однако можно выявить общий принцип, по которому работают LVS-средства. Программы для проверки соответствия топологии электрической схеме распознают обозначения на компоновке, соответствующие компонентам схемы, а также соединения между ними, после чего они сопоставляются принципиальной схеме, заданной в спецификации. На рис. 1 изображена функциональная схема LVS-верификации.

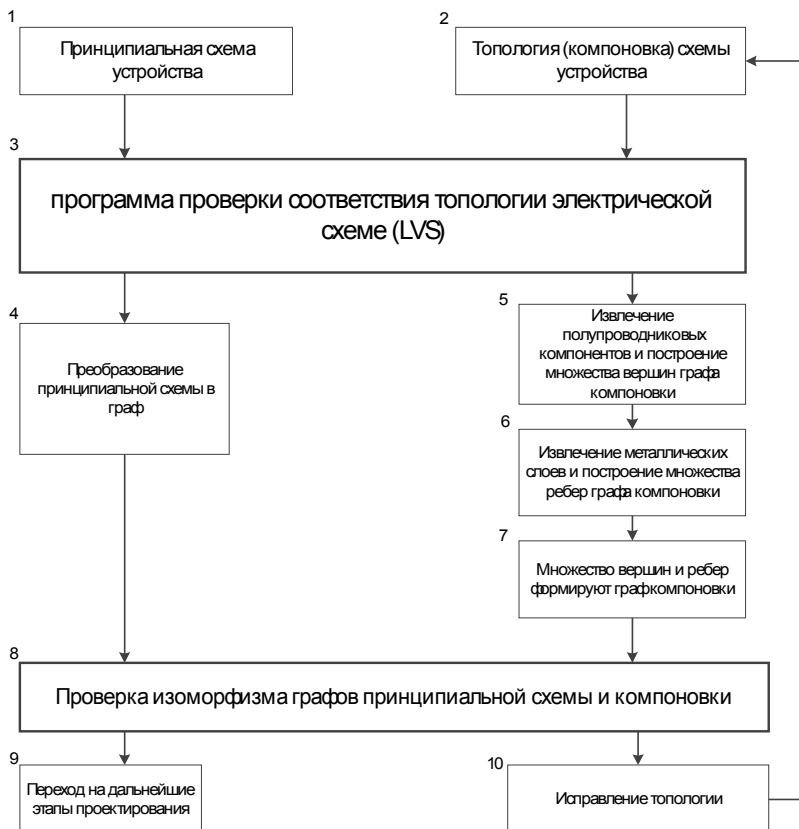


Рис. 1. Функциональная схема LVS-верификации

Общий алгоритм проверки соответствия топологии электрической схеме представлен в виде блок-схемы на рис. 2. Входными данными являются принципиальная схема CS (circuit schematic) - логическое описание проектируемого электронного устройства и компоновка CL (circuit layout) - подробное физическое описание проектируемого электронного устройства, необходимое для его производства. В блоке 2 принципиальная схема CS преобразуется в соответствующий ей граф  $G_{cs}$ , в котором вершинам сопоставляются элементы схемы, а ребрам – соединения между этими элементами. В блоке 3 выполняется извлечение полупроводниковых компонентов схемы, заданных в физическом описании (компоновке), и при необходимости производится редукция или объединение компонентов (поскольку одному логическому элементу может соответствовать несколько физических, которые формируют единый функциональный блок). Таким образом, формируется множество вершин графа  $G_{cl}$ , который соответствует компоновке.

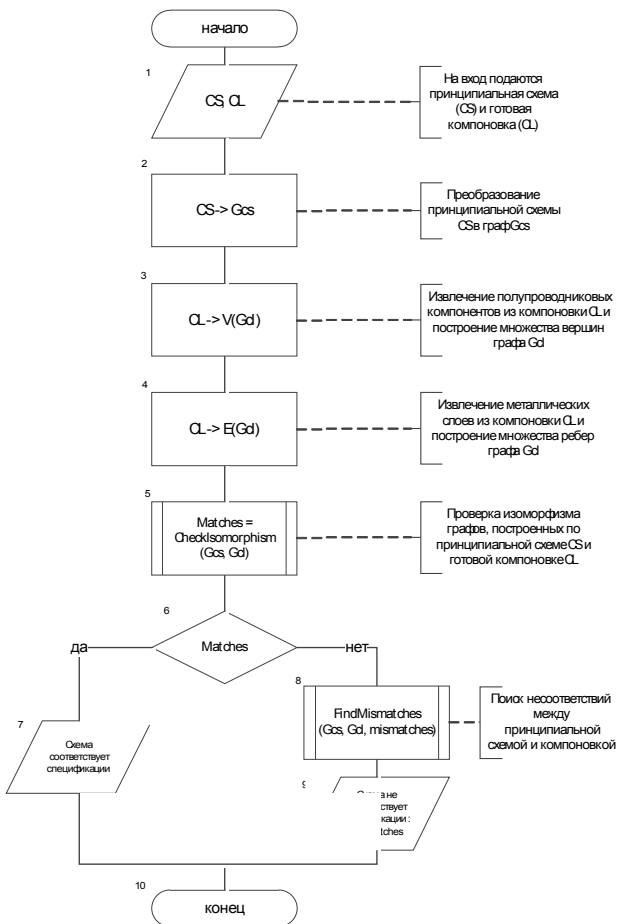


Рис. 2. Общий алгоритм LVS-верификации

Далее в блоке 4 анализируются металлические слои компоновки CL и производится извлечение соединений, которые сопоставляются множеству ребер графа Gcl. В блоке 5 выполняется попытка установить отношение изоморфизма между графами Gcs и Gcl. Если было установлено, что графы изоморфны, управление передается блоку 7, который в качестве результата выводит сообщение об успешном завершении LVS-верификации. Если же отношение изоморфизма не удалось установить, управление передается блоку 8, где выполняется поиск несоответствий сравниваемых графов, затем в блоке 9 следует вывод неудовлетворительного результата с указанием найденных несоответствий. Алгоритм завершается в блоке 10.

Ключевым этапом LVS-верификации является процедура проверки изоморфизма графов. Именно от особенностей алгоритма, который её реализует, зависит скорость и достоверность результатов сравнения физического описания (компоновки) и принципиальной схемы. Задача изоморфизма графов давно изучается, имеет достаточно простую формулировку, однако до сих пор не удалось установить ни ее разрешимость за полиномиальное время, ни ее принадлежность к классу NP-полных

задач [4]. Все существующие алгоритмы, которые всегда находят точное решение, имеют экспоненциальную сложность. Сложность наиболее быстрого из них описывается функцией  $2^{O(\sqrt{n \log n})}$ , где  $n$  – количество вершин графа [5]. На практике LVS-средства обычно используют большое количество различных эвристик, позволяющих сократить время проверки, или же приближенные алгоритмы.

В большинстве случаев компоновка не проходит проверку LVS с первого раза, и потребуется, чтобы инженер изучил отчет и внес изменения в компоновку. Типичные ошибки, которые обнаруживаются при LVS-проверке [2]:

1. Короткие замыкания: соединены два или более проводов, которые не должны соединяться.

2. Разрывы: провода или компоненты, которые должны быть соединены, разорваны или только частично соединены.

3. Несоответствия компонентов: использованы компоненты неверного типа (например, низковольтное устройство МОП вместо стандартного).

4. Пропущенные компоненты: ожидаемый компонент пропущен в схеме.

5. Неверные свойства: размер компонента не соответствует спецификации.

### **Выводы и направление дальнейших исследований.**

1. В ходе проектирования электронное устройство подвергается многократному анализу, оптимизации и разного рода преобразованиям, в результате чего результирующее физическое описание схемы может сильно отличаться от принципиальной схемы, заданной в спецификации. Успешная проверка DRC гарантирует, что топология соответствует правилам, необходимым для производства. Однако она не дает возможности убедиться в том, что это именно та схема, которую предполагалось производить. Для этих целей используется LVS-верификация.

2. При проектировании сложных устройств, содержащих тысячи элементов и соединений, задача выяснения тождественности разработанного физического описания (компоновки) заданному логическому описанию (принципиальной схеме) является нетривиальной, и применение LVS-средств значительно облегчает поиск несоответствий. Эффективность LVS-верификации главным образом зависит от особенностей алгоритма, который используется для сравнения графов на изоморфизм.

3. Дальнейшие направления исследований будут сосредоточены на разработке алгоритма проверки изоморфизма графов. Решая задачу изоморфизма для применения в LVS-средствах целесообразно рассматривать помеченные графы (графы, имеющие отличительные атрибуты вершин и ребер), таким образом, накладывая дополнительные ограничения на отношение изоморфизма. Повышение эффективности поиска точного решения является более приоритетным по отношению к развитию приближенных методов.

### *Список литературы*

1. **А. Строгонов.** Проектирование топологии заказных КМОП БИС. (<http://www.chipinfo.ru/literature/chipnews/200302/1.html>).

2. A Suggested Approach for Layout Versus Schematic (LVS) comparison Using Guardian LVS. ([http://www.simucad.com/content/appNotes/LVS\\_Comparison\\_2007-018.pdf](http://www.simucad.com/content/appNotes/LVS_Comparison_2007-018.pdf)).

3. **Wikipedia contributors**. Layout Versus Schematic. ([http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Layout\\_Versus\\_Schematic&oldid=385662820](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Layout_Versus_Schematic&oldid=385662820)).

4. Wolfgang Mulzer, Günter Rote. "Minimum-weight triangulation is NP-hard". – Journal of the ACM 55, New York, 2008. – pp. 1-29.

5. **László Babai, Paolo Codenotti**. Isomorphism of Hypergraphs of Low Rank in Moderately Exponential Time // Proceedings of the 2008 49th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science. - IEEE Computer Society, 2008. - pp. 667–676.

УДК 519.17

Я.Ю. ПУГАЧ, аспирант, Криворожский технический университет

## **ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ИЗОМОРФИЗМА ГРАФОВ**

В статье раскрыто понятие изоморфизма графов, а также его теоретическое и практическое значение, обосновывающее актуальность исследований в данном направлении. Для существующих алгоритмов, решающих задачу проверки изоморфизма, описываются основные идеи, лежащие в их основе и условно разделяющие известные методы на универсальные и методы для частных случаев, теоретические и практические, точные и приближенные. Указанные в обзоре достоинства и недостатки различных алгоритмов проверки изоморфизма графов определяют их применимость к той или иной конкретной задаче.

В статті розкрито поняття ізоморфізму графів, а також його теоретичне і практичне значення, що обумовлює актуальність досліджень у даному напрямку. Для існуючих алгоритмів, що вирішують задачу перевірки ізоморфізму, описуються основні ідеї, які покладені в їх основу і умовно розділяють відомі методи на універсальні і методи для окремих випадків, теоретичні і практичні, точні і наближені. Указані в огляді переваги і недоліки різних алгоритмів перевірки ізоморфізму визначають можливість їх застосування до тієї чи іншої конкретної задачі.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Для проектирования сложных электронных схем в настоящее время применяются специальные программные средства (ECAD), ориентированные на различные специфические задачи: создание принципиальных схем и спецификаций, перевод описаний аппаратного обеспечения и логики на разные уровни абстракции, анализ, моделирование, проверка и оптимизация проектируемых схем и т.д. Одним из этапов, которые электронная схема проходит в процессе разработки является LVS-проверка, позволяющая узнать, соответствует ли топология созданной схемы той, которая задана в спецификации. Основой LVS-проверки является алгоритм решения задачи изоморфизма графов.

**Постановка задачи.** Для проверки соответствия топологии электрической схеме проектируемое устройство и его принципиальная схема представляются в виде графов. Затем эти графы проверяются на изоморфизм. В настоящее время эффективное решение этой задачи еще не найдено, в то же время не доказано, что она NP-полная, следовательно, есть основания полагать, что быстрая проверка изоморфизма возможна. Таким образом, задачей данной работы является изучение существующих алгоритмов, выявление их достоинств и недостатков с целью поиска возможных путей улучшения этих алгоритмов.

**Изложение материала и результаты.** В математике и теории вычислительных машин теория графов является наукой о математических структурах для моделирования отношений между парами объектов из определенного набора. В контексте этой науки графом называется совокупность вершин (узлов) и совокупность ребер, которые соединяют пары вершин. Сам по себе граф является абстрактной невизуальной структурой, но существуют различные способы его представления, наиболее наглядным из которых является графический: каждой вершине ставится в соответствие точка на рисунке и между парами точек проводятся дуги, если соответствующие пары вершин связаны ребром. Если граф ориентированный, направление указывается с помощью стрелки на конце соединительной дуги.

Следует различать непосредственно граф и его представление, так как существует множество способов изобразить один и тот же граф. Важно лишь то, как одни вершины связаны с остальными, а не их конкретное расположение. На практике зачастую сложно понять представляют ли два рисунка один и тот же граф или это изображения принципиально различных структур (рис. 1). В зависимости от рода задачи, в которой используется граф, та или иная его компоновка может быть более или менее подходящей.

Задача установления эквивалентности двух различных представлений в математике и теории алгоритмов известна как задача о проверке изоморфизма графов. Формально изоморфизмом графов  $G$  и  $H$  называется биекция (взаимное однозначное соответствие)  $f$  между множеством вершин  $G$  и  $H$ , такая, что любые две вершины  $u$  и  $v$  графа  $G$  будут смежными в  $G$  тогда и только тогда, когда  $f(u)$  и  $f(v)$  смежные в  $H$ . Существует множество разновидностей графов, и предыдущее определение изоморфизма может быть расширено на все их варианты путем добавления требований относительно сохранения дополнительных атрибутов их структуры (например, направлений дуг, весов ребер, типов вершин и т.д.).

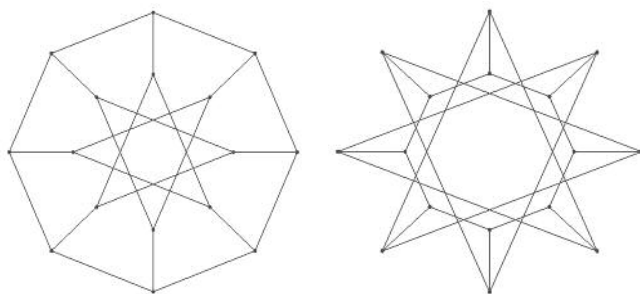


Рис. 1. Два разных представления одного и того же графа

Если изоморфизм существует между двумя графами, то такие графы называются изоморфными. В том случае если биекция есть отображение графа на самого себя, то есть когда  $G$  и  $H$  это один и тот же граф, биекция называется автоморфизмом графа  $G$ .

Неформально под изоморфизмом графов понимают одинаковое строение двух объектов. Если индивидуальные различия компонентов и их связей не существенны для конкретной задачи, вершинам могут назначаться произвольные метки, и при проверке изоморфизма графов находится соответствие между одним и другим набо-

ром меток вершин. Если использовать такой порядок вершин, как на рис. 2, то изображенные на этом рисунке графы  $G$  и  $H$  не воспринимаются как одинаковые, поскольку, к примеру, вершина 1 у графа  $G$  соединена только с вершиной 2, в то время как у графа  $H$  вершина 1 соединена с вершинами 2 и 3. Однако если, учитывая равноправность всех вершин и ребер, в  $H$  поменять местами метки 1 и 4 (преобразованный граф обозначен как  $H'$ ), то графы оказываются одинаково устроенными. Таким образом, между множествами вершин этих двух графов существует биекция  $f$ , а, следовательно, и отношение изоморфизма.

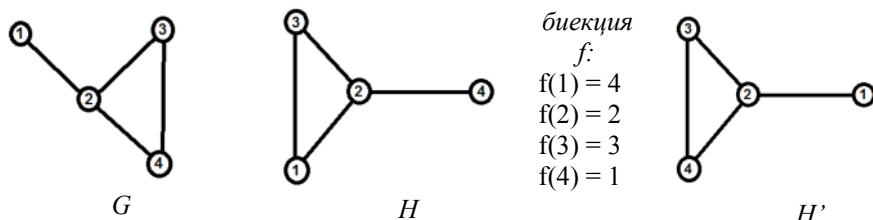


Рис. 2. Изоморфные графы, отличающиеся порядком вершин

Практическое применение изоморфизм графов имеет в следующих областях:  
 химиоинформатика, математическая химия (идентификация химических соединений), органическая математическая химия (генерация молекулярных графов и компьютерный синтез);

автоматизация проектирования электронных устройств (проверка соответствия топологии интегральной микросхемы исходной принципиальной схеме);

лингвистика;

логистика;

теория переключений;

теория сетей;

обработка изображений; [1]

распознавание объектов;

Будучи практически полезным, изоморфизм графов также интересен с точки зрения теории вычислительной сложности, так как задача его нахождения является одной из немногих задач, принадлежащих классу NP, для которых неизвестной остается как их разрешимость за полиномиальное время, так и NP-полнота. Известно только 12 таких задач, и эффективная проверка изоморфизма графов является одной из двух задач из этого списка, чья вычислительная сложность до сих пор остается неизвестной [2]. Как показывает большое количество исследований, ученые пытаются изучить эту задачу, полагая, что более глубокое понимание изоморфизма графов даст возможность лучше разобраться в более широкой области анализа вычислительной сложности [1].

Учитывая тот факт, что изоморфизм графов имеет чрезвычайно много различных применений, производители программного обеспечения и вычислительных систем не желают ждать, пока будет точно определена сложность задачи об изоморфизме и найден универсальный алгоритм для ее эффективного решения. Вместо этого значительный объем работы ведется над поиском очень быстрых решений для

ограниченных версий графов, а также решений для общего случая задачи, эффективных в среднем. Если множество графов, определяющих средний случай, генерируются случайно, достаточно просто найти алгоритм, который будет эффективен в большинстве случаев. Практические алгоритмы в среднем очень эффективны на множестве реальных графов благодаря использованию мощных средств теории групп для сокращения пространства поиска.

Существует два основных подхода к решению задачи об изоморфизме. Первый подход – между двумя графами, которые необходимо сравнить, изоморфизм ищется напрямую. Преимущество такого подхода заключается в том, что если есть множество изоморфизмов между двумя графами, то потребуются рассмотреть только первый [1]. Здесь в первую очередь следует отметить алгоритмы, реализующие перебор с возвратами, традиционной оптимизацией для которых является отсечение невыгодных путей в пространстве поиска.

Процедура, позволяющая существенно сократить пространство поиска, была предложена Уллманом. Его алгоритм предназначен для проверки изоморфизма графов, а также подграфов, и на сегодняшний день остается одним из наиболее широко используемых для поиска точного решения задачи изоморфизма графов. Однако для произвольно соединенных графов алгоритм Уллмана часто не способен найти изоморфизм при количестве вершин более 700 [3].

Другой алгоритм поиска с возвратом предложен Шмидтом и Друффелом. Он использует информацию, содержащуюся в матрице расстояний графа, для того чтобы установить начальное разделение узлов. Эта информация затем используется в процедуре бектрекинга для сокращения дерева поиска возможных отображений. Более поздние алгоритмы, известные как VF, основаны на стратегии поиска в глубину с набором правил для эффективного сокращения дерева поиска. Алгоритмы VF показывают хорошие результаты производительности для графов малой размерности и для разреженных графов, однако менее эффективны в случае насыщенных графов и графов большой размерности [3].

Бунке и Мессмер разработали еще один алгоритм для задачи об изоморфизме, направленный на сокращение общего количества вычислений при сопоставлении некоторого графа с большим набором образцов вместо уменьшения сложности сравнения двух отдельных графов. Этот алгоритм выполняет поиск изоморфизма за квадратичное время относительно размера входного графа и независимо от количества образцов, что, очевидно, хорошо подходит для приложений, в которых требуется сравнивать граф с множеством экземпляров из базы данных. Однако объем памяти, необходимой для хранения предварительно обработанной базы данных, растет экспоненциально относительно размера графов, делая метод подходящим только для малых графов [3].

Второй подход заключается в вычислении некоторой функции  $C(G)$ , возвращающей каноническую метку для графа, такую что  $C(G) = C(H)$ , если  $G$  и  $H$  изоморфны. Каноническая нумерация не только позволяет решить задачу об изоморфизме, она также представляет самостоятельный интерес: например, в органической химии, где имеют место сложные молекулярные графы, одной из основных проблем документации является присвоение уникальных имен каждой такой структуре.

Такой подход используется в алгоритме Маккея Nauty. Он основан на ряде преобразований, которые приводят граф к канонической форме, для которой очень

легко установить наличие изоморфизма. Хотя Nauty считается одним из самых быстрых алгоритмов, существуют категории графов, для которых ему требуется экспоненциальное время, чтобы найти изоморфизм [3]. Для произвольно соединенных графов Nauty превосходит по эффективности алгоритмы Уллмана и VF, если граф является насыщенным или имеет большую размерность. Для сильно регулярных графов Nauty обычно работает медленнее, чем VF, кроме того, Nauty часто не способен найти изоморфизм, если сильно регулярный граф содержит порядка 100 вершин или более.

Существуют также нетрадиционные методы проверки изоморфизма. В своей исследовательской работе Макгрегор предложил преобразовать задачу об изоморфизме графов в задачу удовлетворения ограничений, а затем использовать специально настроенный алгоритм для решения полученной задачи. Этот подход выглядит не слишком привлекательным, так как задача удовлетворения ограничений является NP-сложной, в то время как задача об изоморфизме, возможно, имеет полиномиальную сложность. Результаты этой работы показывают лишь незначительное преимущество перед относительно простыми алгоритмами поиска с возвратами. Еще один подход заключается в использовании нейронной сети Хопфилда. Теоретически, для этого подхода нельзя доказать, что в худшем случае решение потребует полиномиального времени, также невозможно гарантировать, что всегда будет возвращаться правильный ответ [1]. Известны методы, позволяющие за полиномиальное время находить приближенное решение (например, генетические алгоритмы).

По данным за 2008 год наилучший алгоритм для решения задачи о проверке изоморфизма имеет экспоненциальное время выполнения с оценкой  $2^{O(\sqrt{n \log n})}$  для графов с  $n$  вершинами [2].

Существуют также источники, предлагающие алгоритмы, работающие за полиномиальное время с оценками  $O(n^8)$  [4] и  $O(n^5)$  [5], однако пока нет данных, подтверждающих их правильность и эффективность для графов любого строения. При этом известно уже большое количество алгоритмов (в основном построенных на инвариантах для изоморфных графов), которые выдвигались как универсальные, но в последствие для них были найдены контр-примеры.

Для следующих частных случаев графов существуют эффективные (полиномиальные по времени) решения [2]:

деревья;

планарные графы (изоморфизм планарных графов принадлежит логарифмическому пространству, классу меньшему, чем P);

графы интервалов;

перестановочные графы;

частичные  $k$ -деревья;

графы с ограниченными параметрами: графы с ограниченным геном, графы с ограниченной степенью, графы с ограниченной кратностью собственных значений,  $k$ -стягиваемые графы (обобщение ограниченной степени и ограниченного гена).

На практике в зависимости от специфики задачи достаточно часто можно ограничиться одним из этих частных случаев.

**Выводы и направление дальнейших исследований.**

1. Основными направлениями исследований в области изоморфизма графов является разработка эффективных алгоритмов для общего и частного случаев задачи, а также теоретическое изучение ее вычислительной сложности.

2. Анализ настоящего состояния проблемы показывает, что существует множество различных методов решения задачи об изоморфизме, которые, как правило, сводятся к одному из следующих подходов. Первый подход заключается в нахождении точного алгоритма для общей задачи, работающего максимально быстро в худшем случае, т.е. такого алгоритма, который находит решение за удовлетворительное время даже для тех графов, которые наиболее трудоемки для обработки этим алгоритмом. Второй подход - нахождение точного алгоритма для общей задачи, работающего максимально быстро для большинства графов, хотя в некоторых случаях этот алгоритм может работать очень медленно (например, Nauty). Третий подход - нахождение точного алгоритма для частных случаев графов. Целью таких алгоритмов является максимально эффективное и точное решение задачи изоморфизма только для тех графов, которые обладают определенным набором характеристик (например, планарные графы). Четвертый подход - нахождение приближенных алгоритмов, как для общей задачи, так и для ограниченных версий графов, время работы которых минимизируется для большинства графов (средний случай) или для самых сложных видов графов (худший случай). В зависимости от задачи, в которой нужно использовать изоморфизм графов, применяется алгоритм, построенный на одном из упомянутых подходов и удовлетворяющий наиболее важным требованиям ценой жертвования менее важными, поскольку точное и эффективное решение для общей задачи изоморфизма еще не найдено.

3. Дальнейшие направления исследований в области теории графов будут сосредоточены на улучшении алгоритмов проверки изоморфизма для простых графов, т.е. графов, не имеющих петель и кратных ребер. Разрабатывая алгоритм проверки изоморфизма для применения в LVS-средствах целесообразно рассматривать помеченные графы (графы, имеющие отличительные атрибуты вершин и ребер), таким образом, накладывая дополнительные ограничения на отношение изоморфизма. Повышение эффективности поиска точного решения является более приоритетным по отношению к развитию приближенных методов.

#### *Список литературы*

1. **Scott Fortin**. The Graph Isomorphism Problem. - The University of Alberta, Canada, 1996. – pp. 1 – 24.
2. **Wikipedia contributors**. Graph isomorphism problem. ([http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Graph\\_isomorphism\\_problem&oldid=350995858](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Graph_isomorphism_problem&oldid=350995858)).
3. **P. Foggia, C. Sansone, M. Vento**. A Performance Comparison of Five Algorithms for Graph Isomorphism. - Napoli, Italy, 2001. – pp. 1-11.
4. **Reiner Czerwinski**. A Polynomial Time Algorithm for Graph Isomorphism. - Berlin, 2008. – pp. 1 – 8.
5. **Ashay Dharwadker, John-Tagore Tevet**. The Graph Isomorphism Algorithm // Proceedings of the Structure Semiotics Research Group S.E.R.R. - Tallinn, 2009. – pp. 13-15.

# KOMPASS

## Міжнародна пошукова B2B-система

**Вам потрібна достовірна інформація про компанії України, СНД і дальнього зарубіжжя: виробники, дистриб'ютори, експортери і імпортери продукції і послуг?**

### Пошуковий B2B-портал KOMPASS.UA

- ✓ інформація про 3 млн компаній 64 країн
- ✓ 57.000 найменувань продукції і послуг
- ✓ понад 612.000 експортерів і імпортерів
- ✓ понад 960.000 торгових марок
- ✓ експорт інформації у файли
- ✓ щотижневе оновлення інформації
- ✓ **понад 81 млн відвідувань на рік!**

## Інформація про 3 млн компаній 64 країн світу

### Електронні довідники КОМПАСС

**КОМПАСС Україна**  
(понад 45.500 компаній України)

**WA-2 Регістр**  
(понад 215.000 компаній України і СНД)

**КОМПАСС Конкорд**  
(понад 428.000 компаній України, СНД, Балтії і Східної Європи)

✓ **щомісячне оновлене перевидання!**



Офіційний представник КОМПАСС в Україні – ПрАТ «КОМПАСС Україна»

Для листів: а/с 4337 м.Харків 61166, Україна  
Тел/факс: (+380 57) 758 7830, 759 1266, 759 1265  
E-mail: office@kompass.ua

[www.kompass.ua](http://www.kompass.ua)

# Бюлетень ПЕРЕВІЗНИК®

WWW.PEREVIZNYK.UA

для тих, хто має транспорт

друкується з 1999 р.

DIRECT MAIL

для тих, хто шукає транспорт

АВТО • АВІА • МОРЕ • ЗАЛІЗНИЦЯ • ТРАНСПОРТНО-ЕКСПЕДИТОРСЬКІ ПОСЛУГИ  
МИТНО-БРОКЕРСЬКІ ПОСЛУГИ • МИТНО-ЛІЦЕНЗІЙНІ СКЛАДИ • СТРАХУВАННЯ  
АВТОСЕРВІС • ПРОДАЖ ТЕХНІКИ • ПРОДАЖ ЗАПЧАСТИН ТА АГРЕГАТІВ

ПЕРЕДПЛАТНИЙ ІНДЕКС 99858



**ПРЯМО В РУКИ ВАШИМ КЛІЄНТАМ**



**“ТРАНСКОМ”**

інформаційно-видавнича компанія  
т./ф.: 044-463-53-47, 503-72-38  
[pereviznik@ukr.net](mailto:pereviznik@ukr.net)